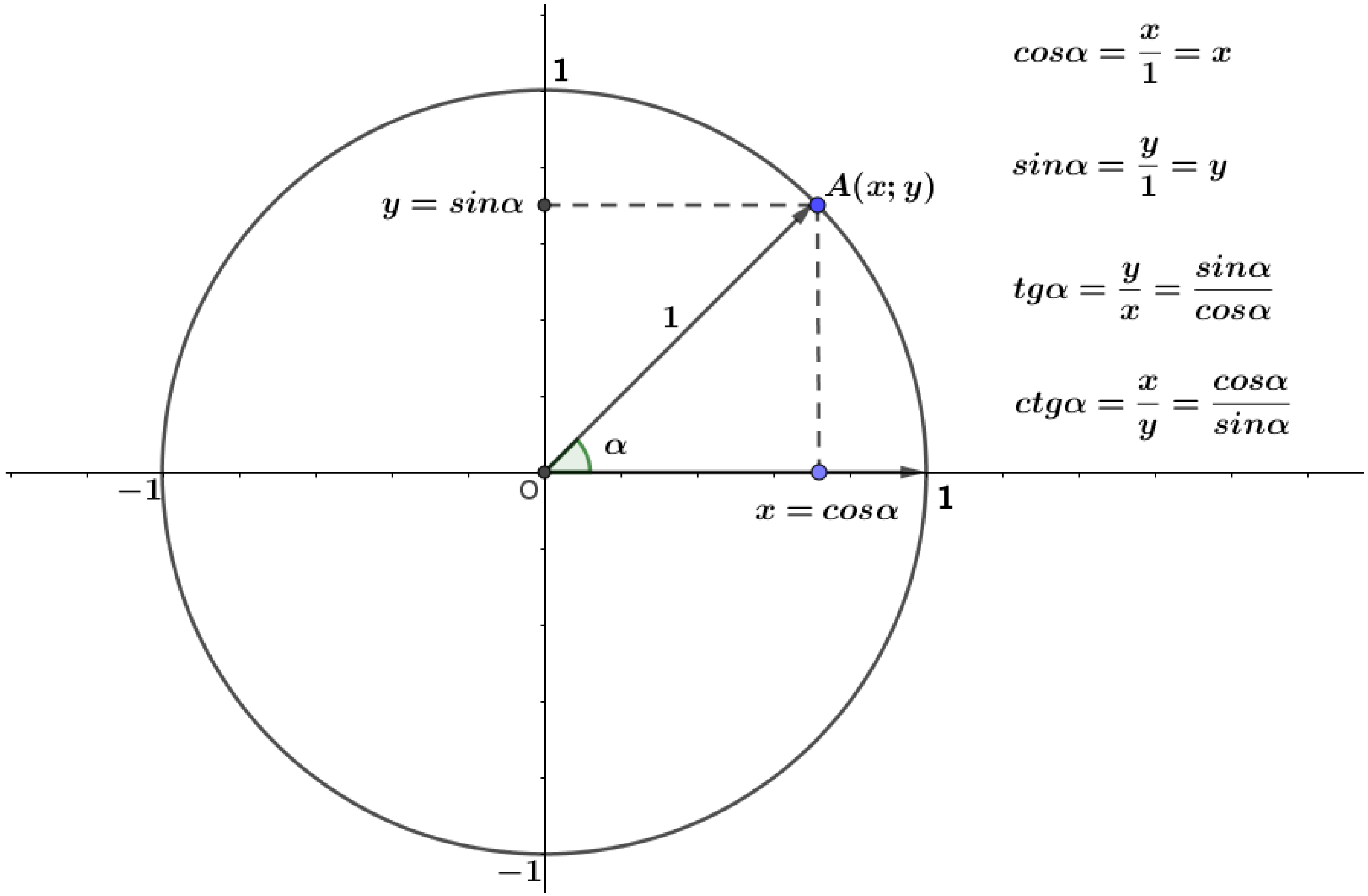
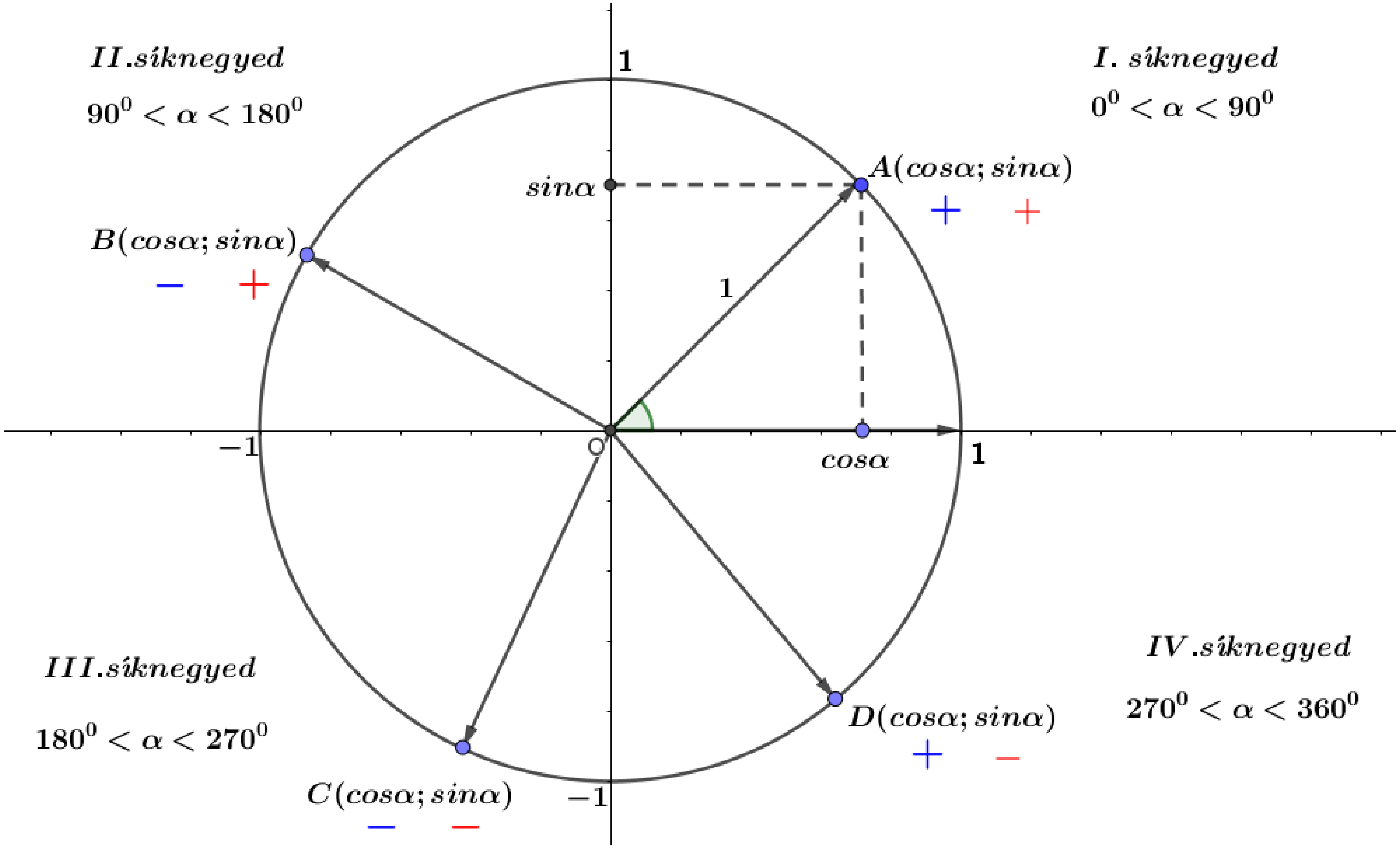
Egy egységnyi hosszúságú vektort (pozitív forgásirányban - az óramutató járásával ellentétes irányban) megforgatva a végpont koordinátái a forgatás szögének koszinuszát és szinuszát adják.



Megjegyezzük, hogy negatív forgásirányban (az óramutató járásával megegyező irányban) a forgatási szög $-\alpha$.

A szögek szinuszainak és koszinuszainak előjelei az egyes síknegyedekben



Feladat: A szögfüggvények definícióinak felhasználásával döntsük el a következő szorzatok előjelét!

a) $cos220^0 \cdot sin220^0$

b) $\text{tg } 140^0 \cdot \text{tg}210^0$

<u>Megoldás:</u>

a) Az egységnyi hosszúságú vektor 220^0-kal történő elforgatásával a vektor végpontja a III. síknegyedben lesz. Itt a végpont *x* és *y* koordinátája negatív. Ennélfogva $\cos 220^0 = x < 0,\ \sin 220^0 = y < 0$. Tehát

$$\cos 220^0 \cdot \sin 220^0 > 0.$$

b) Felhasználva, hogy $\text{tg}140^0 = \frac{\sin 140^0}{\cos\ 140^0}$ és az egységnyi hosszúságú vektor 140^0-kal történő elforgatásával a vektor végpontja a II. síknegyedben lesz, ahol $\cos 140^0 = x < 0,\ \sin 140^0 = y > 0$, kapjuk, hogy

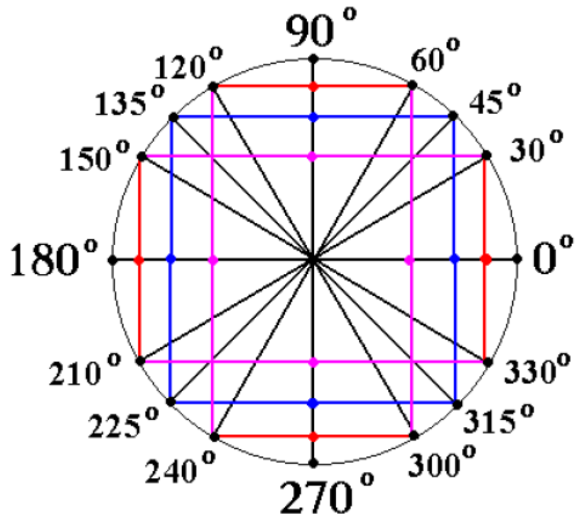
$$\text{tg } 140^0 < 0.$$

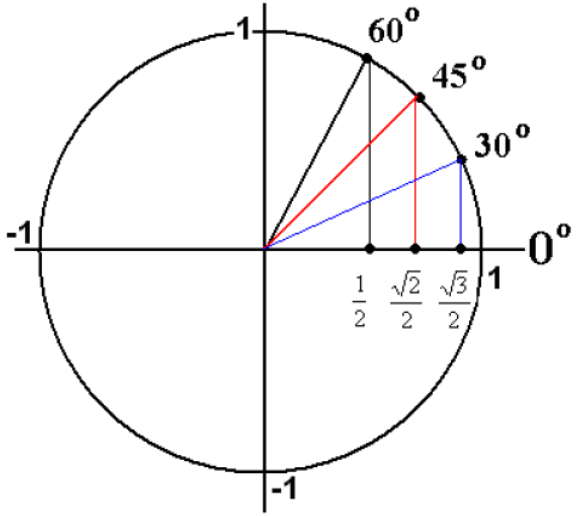
Az egységnyi hosszúságú vektor 210^0-kal történő elforgatásával a vektor végpontja a III. síknegyedben lesz, ahol $\cos 210^0 = x < 0,\ \sin 210^0 = y < 0$. Ezért $\text{tg } 210^0 > 0$.

Tehát

$$\text{tg } 140^0 \cdot \text{tg}210^0 < 0.$$

Nevezetes szögek





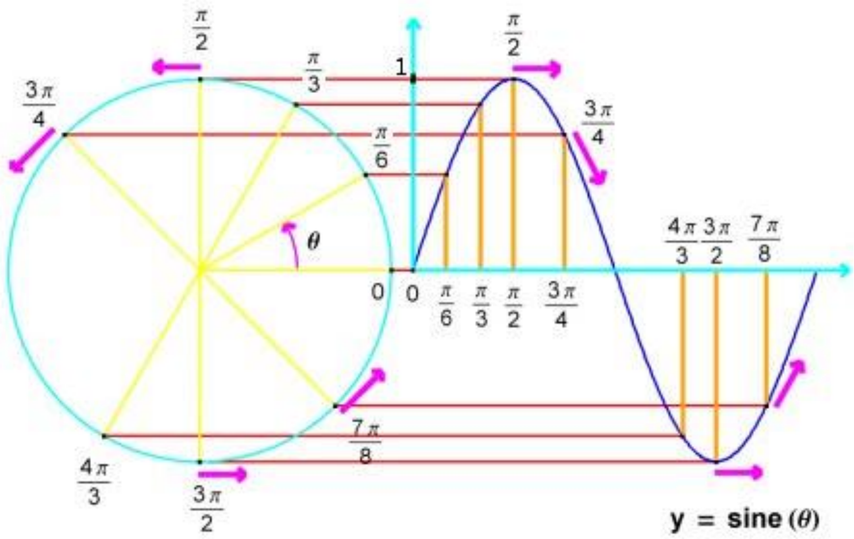
A nevezetes szögek szinuszai és koszinuszai a $0, \pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{\sqrt{2}}{2},\ \pm\frac{\sqrt{3}}{2},\ \pm 1$ értékek valamelyikével egyenlők. Ezek az értékek nagyságrendben vannak, így könnyen azonosíthatók a rajzon, a tengelyeken megjelölt értékekkel. A rajzról bármelyik nevezetes szög szinusza és koszinusza leolvasható, néhányat közülük a következő táblázatban is ismertetünk.

Megjegyezzük, hogy a fok és a radián között a következő összefüggés áll fenn:

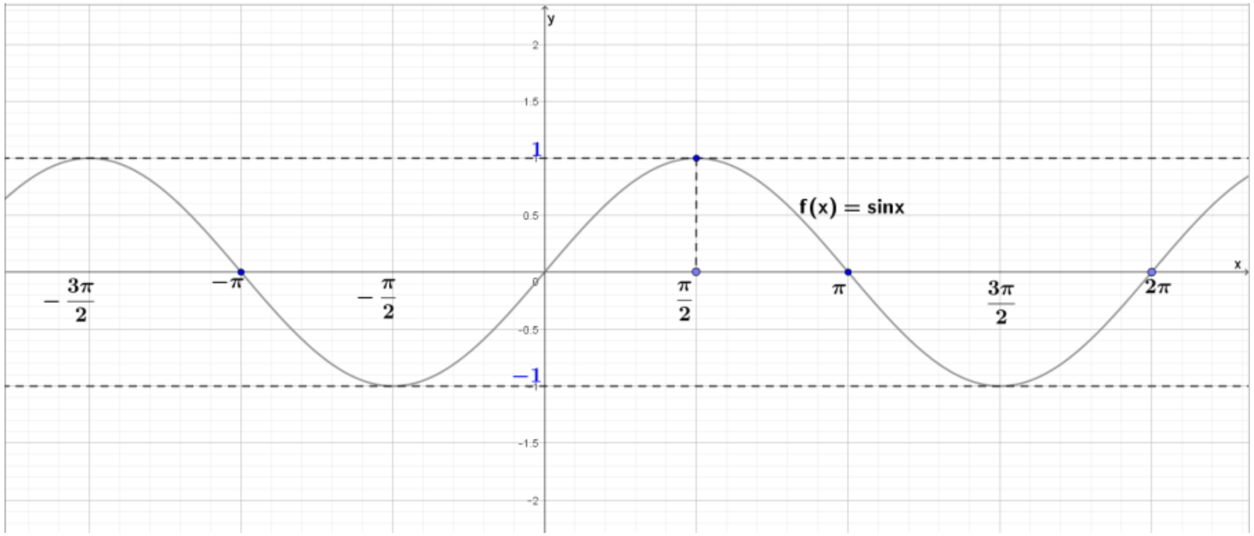
$$180^0 = \pi\ (rad)$$

Nevezetes szögek szinuszai és koszinuszai:

α	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	135^0	180^0	240^0	270^0	330^0	360^0
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0
$cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



Trigonometrikus függvények: $f(x) = sinx$



értelmezési tartománya: $D_f = \mathbb{R}$	értékkészlete: $R_f = [-1; 1]$	zérushelyek: $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

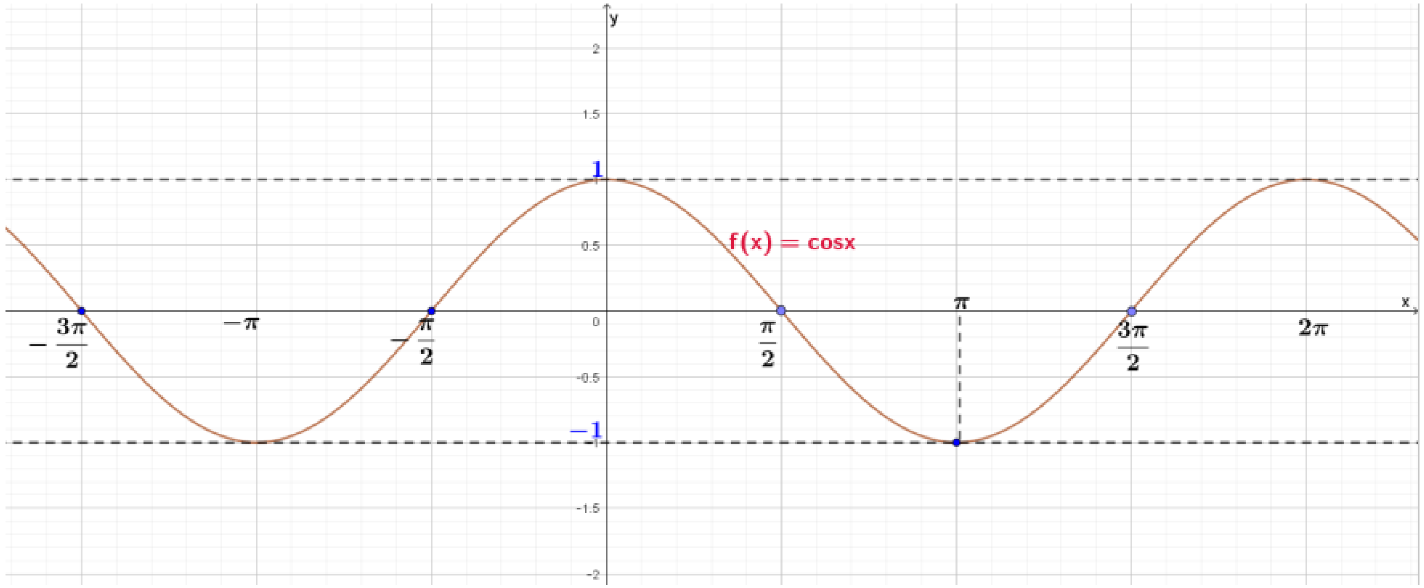
- szigorúan monton nő, ha $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$

  szigorúan monton csökken, ha $x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$
- szélsőértékek:

  minimumhelyek: $\frac{3\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; minimumérték: -1

  maximumhelyek: $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; maximumérték: 1
- páratlan: $\sin(-x) = -\sin(x)$(az értelmezési tartomány az origóra szimmetrikus)
- periódusa: 2π

$$f(x) = cosx$$



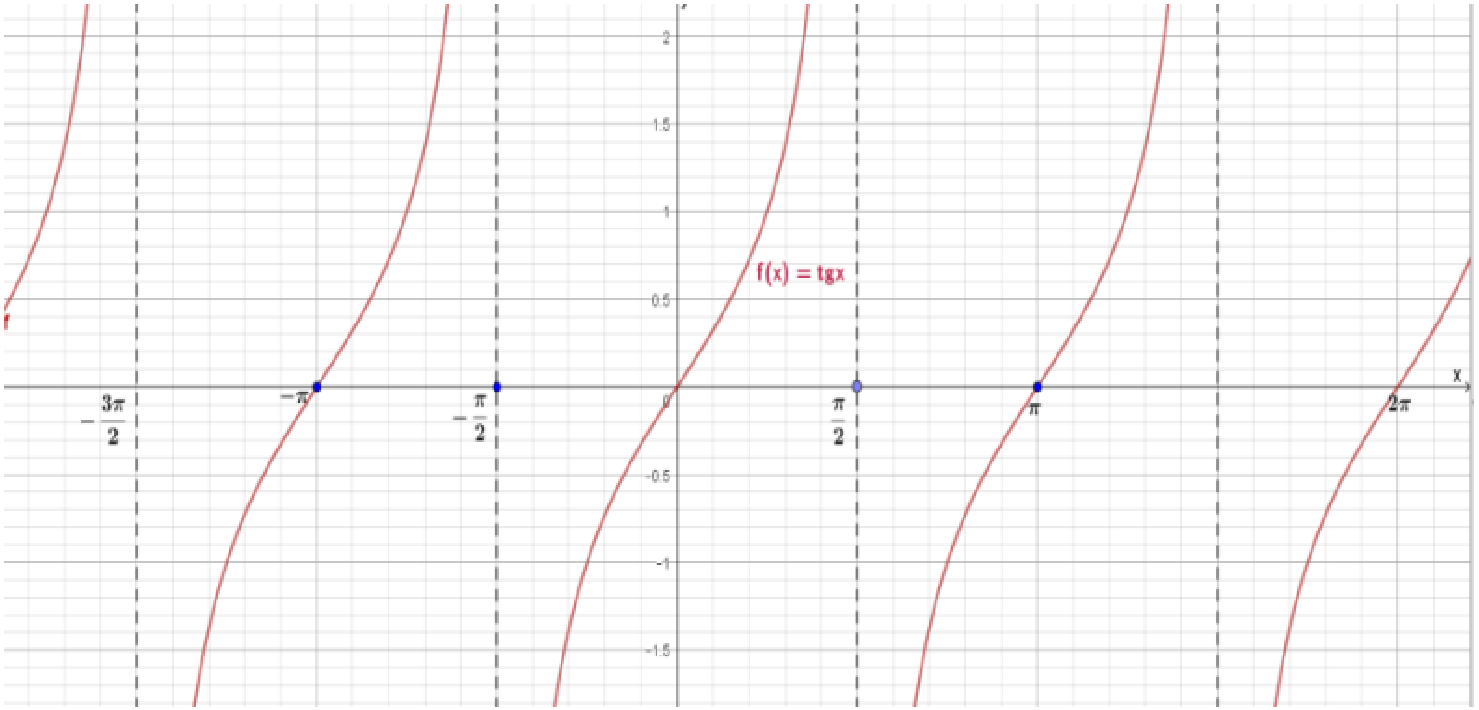
értelmezési tartománya: $D_f = \mathbb{R}$	értékkészlete: $R_f = [-1; 1]$	zérushelyek: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

- szigorúan monton nő, ha $x \in [\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$
  szigorúan monton csökken, ha $x \in [2\pi k; \pi + 2\pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$
- szélsőértékek:
  minimumhelyek: $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; minimumérték: -1
  maximumhelyek: $2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; maximumérték: 1

páros: $\cos(-x) = cosx$ (az értelmezési tartomány az y-tengelyre szimmetrikus)

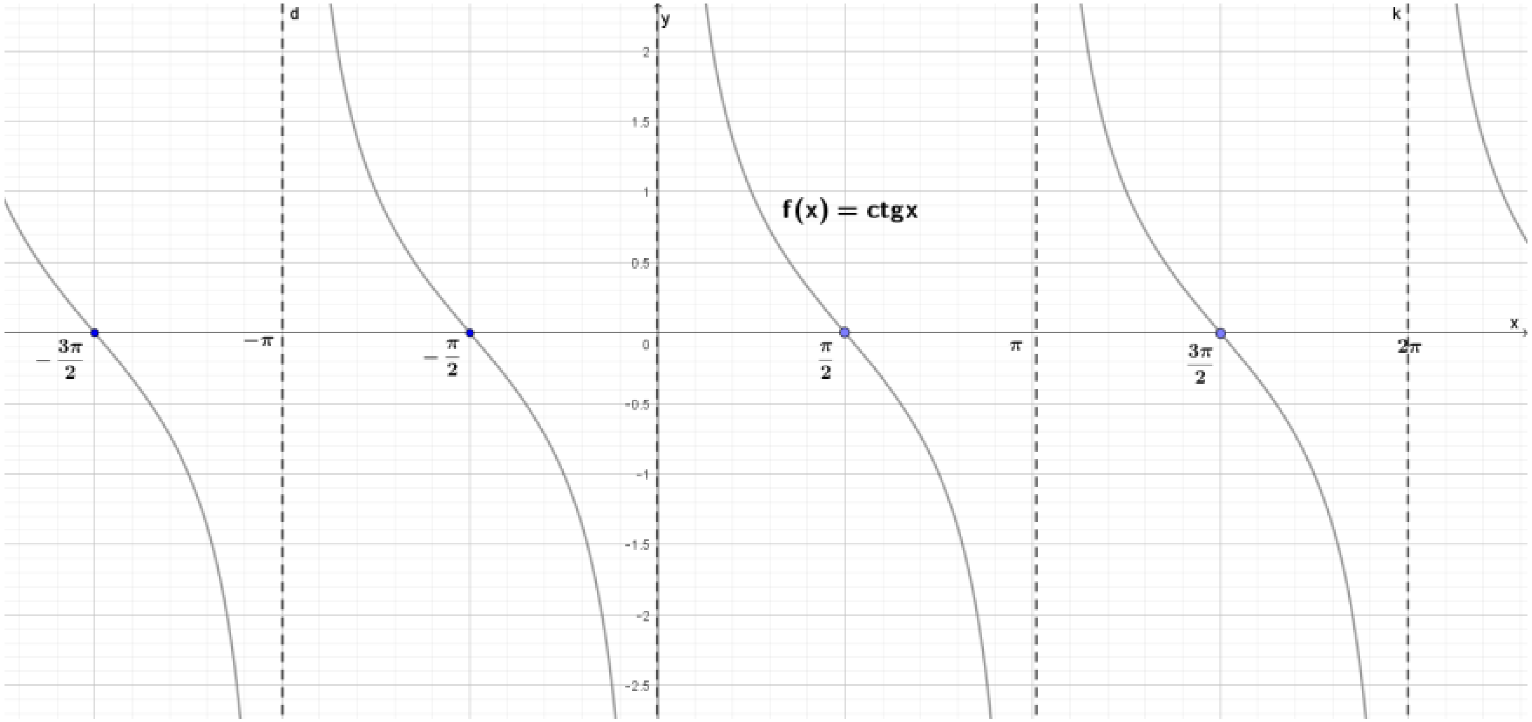
periódusa: 2π

$$f(x) = tgx$$



- értelmezési tartománya: $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi k\right\}, k \in \mathbb{Z}$
- értékkészlete: $R_f = \mathbb{R}$
- zérushelyek: $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$
- szigorúan monton nő a teljes értelmezési tartományon
- szélsőértékek: nincsenek
- páratlan: $\mathrm{tg}(-x) = -tg(x)$
- periodusa: π
-

$$f(x) = ctgx$$



A függvény páratlan: $\text{ctg}(-x) = -ctgx$ (az értelmezési tartomány az y-tengelyre szimmetrikus)