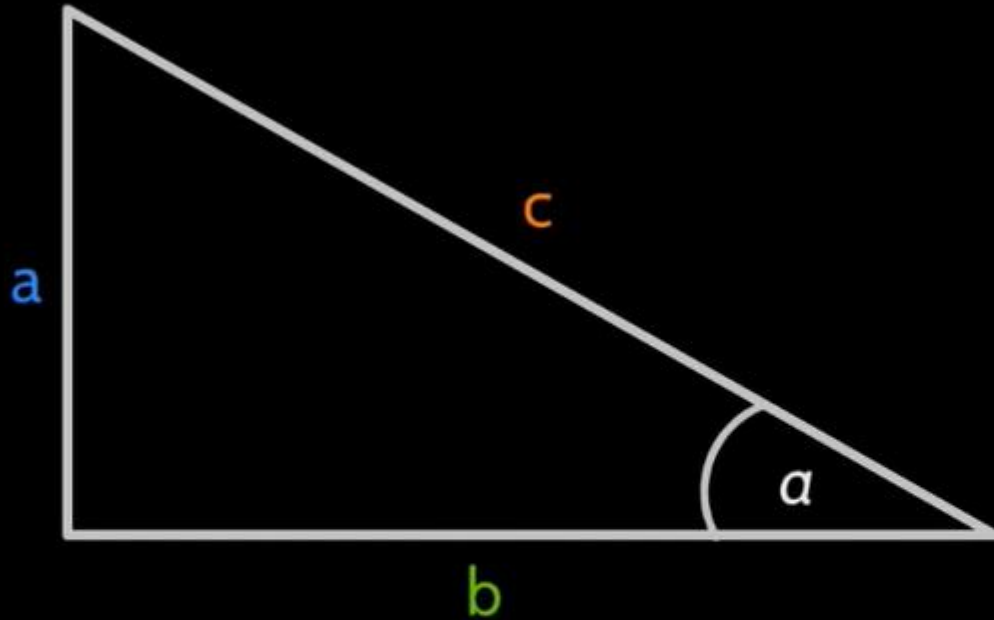


Trigonometria

Színusz, koszínusz, tangens, kotangens derékszögű
háromszögekben.

Szögfüggvények bevezetése



$$\sin \alpha = a / c$$

$$\cos \alpha = b / c$$

$$\operatorname{tga} = a / b = \frac{a / c}{b / c} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctga} = b / a = \frac{b / c}{a / c} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

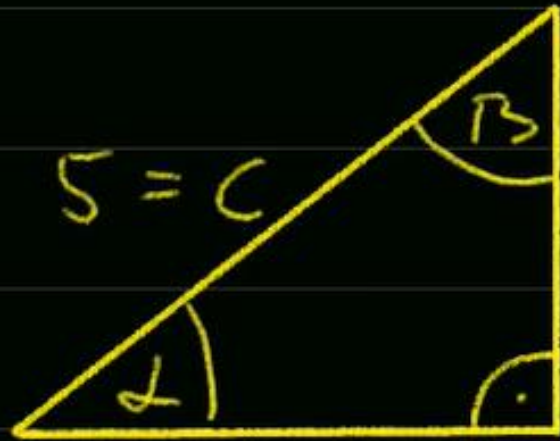
$$a^2 + b^2 = c^2 \quad / :c^2$$

$$(a/c)^2 + (b/c)^2 = (c/c)^2$$

$$(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{szöggel szemközti befogó hossza}}{\text{átfogó hossza}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{szög melletti befogó hossza}}{\text{átfogó hossza}}$$



$$a=3$$

$$b=4$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$9 + 16 = 25$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{3}{4} = 0,75$$

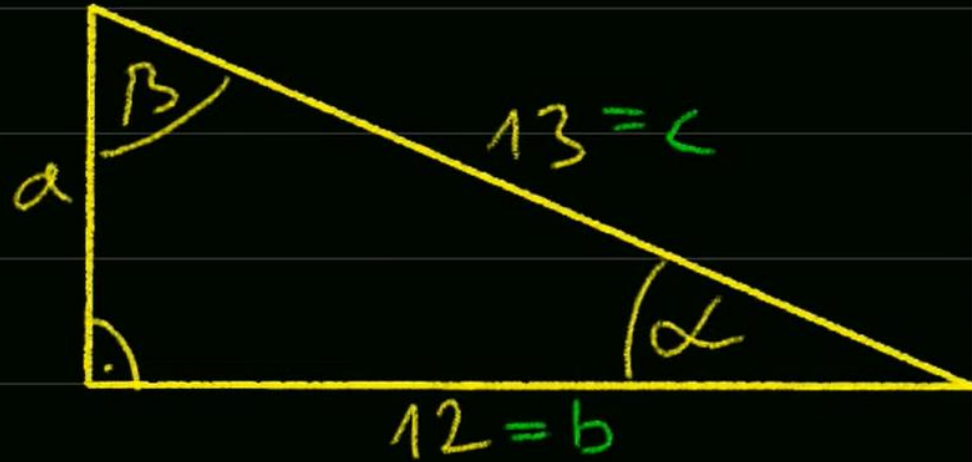
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{4}{3} = 1,3$$

$$\sin \beta = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\cos \beta = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{4}{3} = 1,3$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{3}{4} = 0,75$$



$$a = 5$$

$$\alpha = 2$$

$$\beta = 2$$

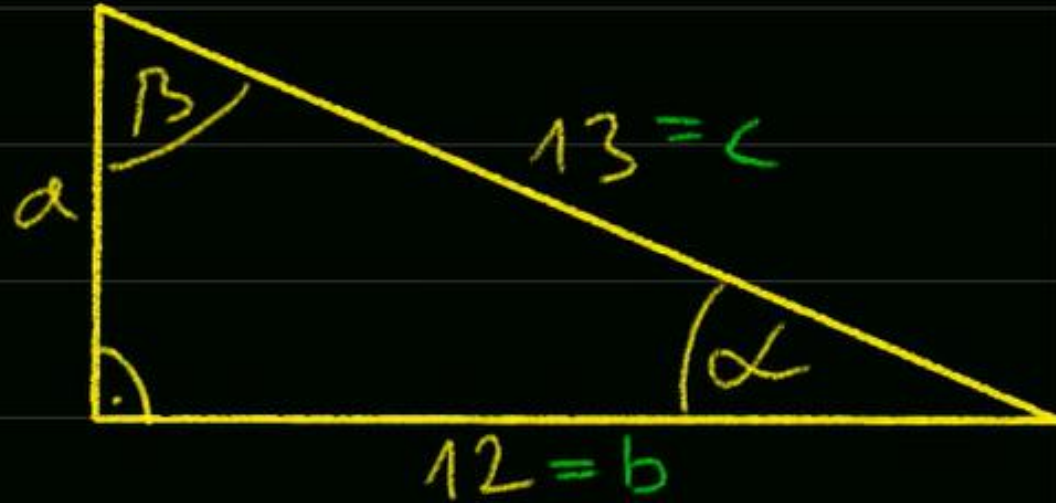
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + 12^2 = 13^2$$

$$a^2 + 144 = 169 \quad / -144$$

$$a^2 = 25 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$a = 5$$



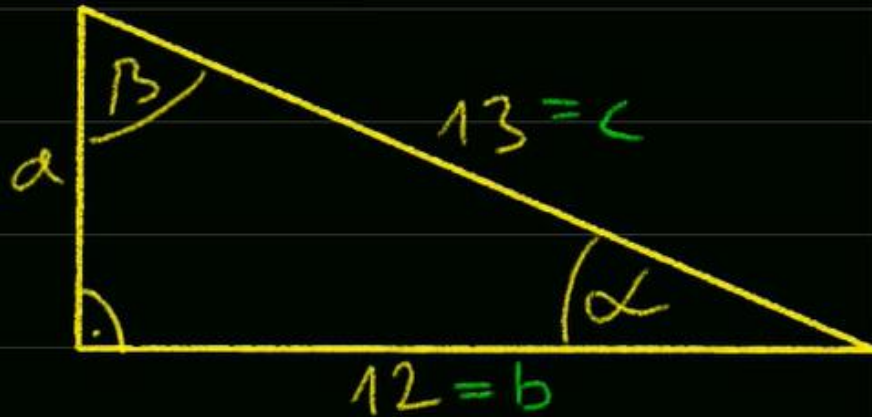
$$\begin{aligned} a &= ? = 5 \\ \alpha &= ? \\ \beta &= ? \end{aligned}$$

$$\alpha: \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$$

22.61986494804 Scientific

2nd	const π	var x	1/x	e	(,)	\leftrightarrow	\leftarrow
sin ⁻¹	sinh ⁻¹	cot ⁻¹	$y\sqrt{x}$	x^y	7	8	9	\div	C
cos ⁻¹	cosh ⁻¹	sec ⁻¹	$\sqrt[3]{x}$	x^3	4	5	6	\times	=
tan ⁻¹	tanh ⁻¹	csc ⁻¹	\sqrt{x}	x^2	1	2	3	-	
ncr	npr		log	10^x	0	\pm	.	+	

Deg Rad $\frac{300^\circ}{2\pi}$ atan(5/12) \downarrow \uparrow \diamond create graph \downarrow



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + 12^2 = 13^2$$

$$a^2 + 144 = 169 \quad | -144$$

$$a^2 = 25 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$a = 5$$

$$a = \checkmark = 5$$

$$\alpha = \checkmark = 22,62^\circ$$

$$\beta = \checkmark = 67,38^\circ$$

$$\alpha: \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$$

$$\beta: \cos \beta = \frac{5}{13}$$

$$\alpha + \beta = 22,62^\circ + 67,38^\circ = 90^\circ$$



Használd a nevezetes szögek szögfüggvényeinek pontos értékét! Számológép használata nélkül számítsd ki, mennyi:

a) $(\sin 30^\circ + \cos 45^\circ - \cos 60^\circ) \cdot \sin 45^\circ$;

b) $\frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \sin 60^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ}{\cos 60^\circ}$;

c) $\sin 30^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ$;

d) $\operatorname{ctg} 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ$!

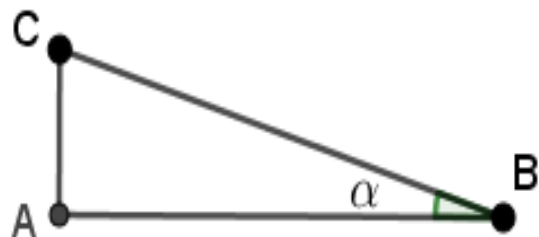
a) b)

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
ctg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

30°	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$
60°	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$	$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$	$\operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$	$\operatorname{ctg} 45^\circ = 1$

Milyen magasra visz az a lejtős út, amelynek hossza 110 m és a vízszintessel bezárt szöge 17° ?

Megoldás:



$$\alpha = 17^\circ$$
$$BC = 110 \text{ m}$$

Keresendő az AC szakasz hossza.

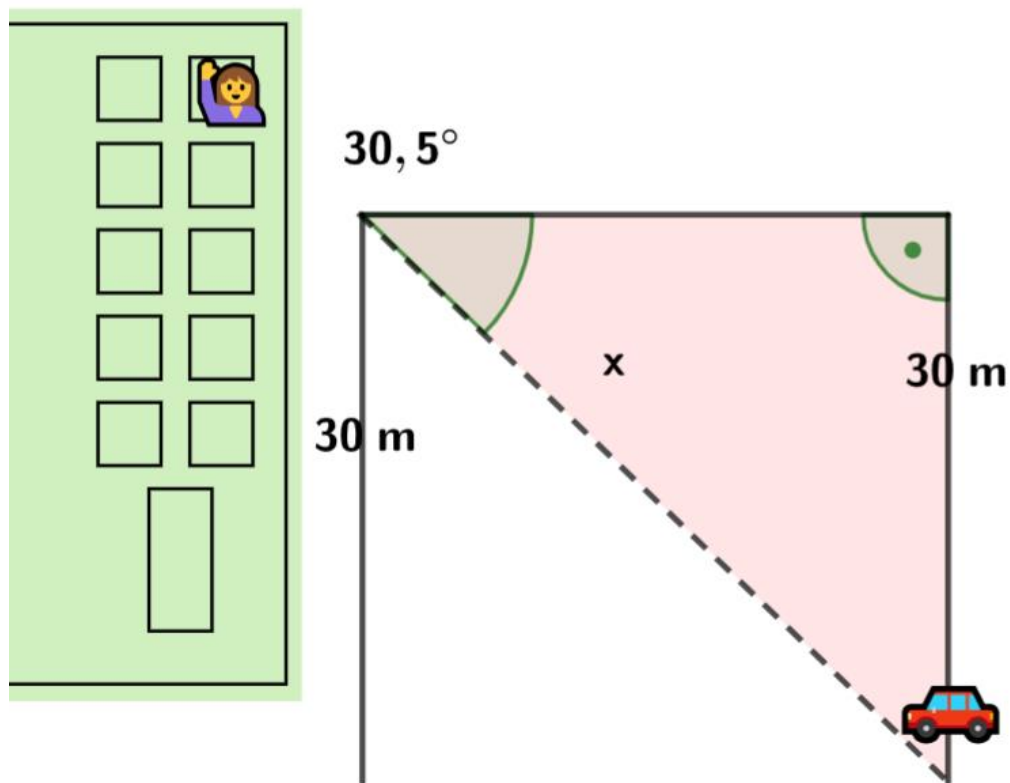
Az ABC háromszög derékszögű, melynek ismert az átfogója és az egyik hegyesszöge. A definíció alapján

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin \alpha$$

$$AC = 110 \cdot 17^\circ \approx 110 \cdot 0,2924 \approx 32,16 \text{ [m]}$$

A lejtős út 32,16 méter magasra visz.

Parkoló autónkat egy lakóház 30 méter magasan lévő ablakából $30,5^\circ$ -os depresszió szögből látjuk. Mekkora távolságra van az autó légvonalban?



$$\sin 30,5^\circ = \frac{30}{x}$$

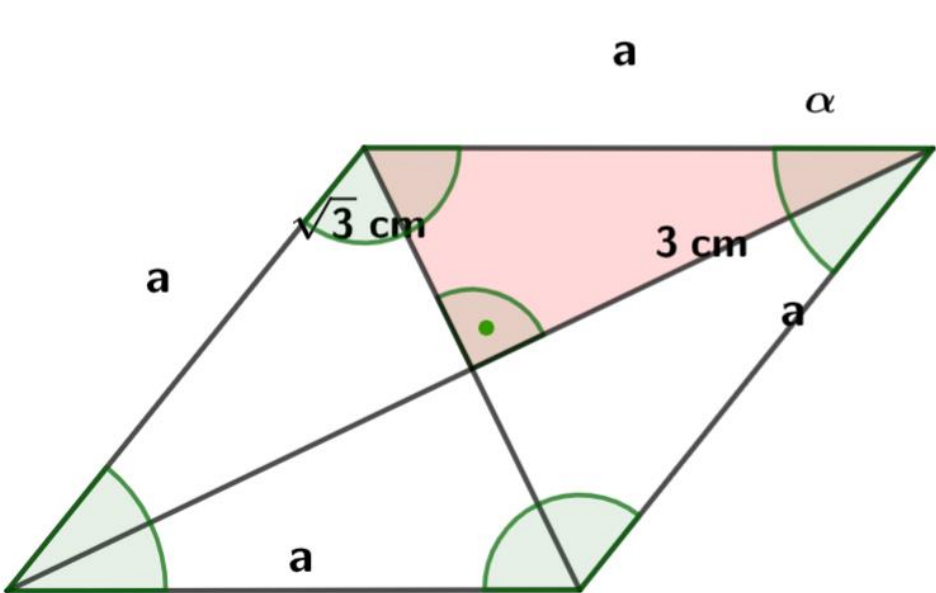
$$0,5075 = \frac{30}{x}$$

$$0,5075 \cdot x = 30$$

$$x = 59,11[m]$$

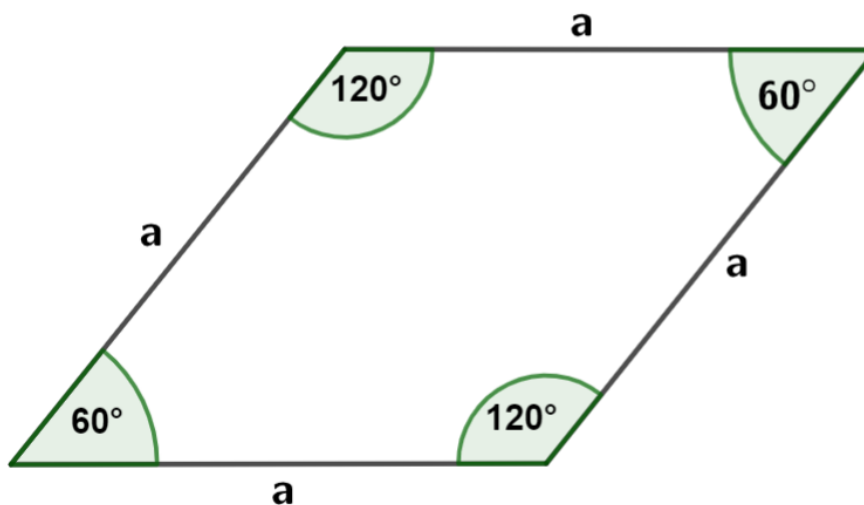
Az autó légvonalban 59,11 méter távolságra van.

Egy rombusz átlói $2\sqrt{3}$ cm és 6 cm hosszúak. Mekkora a rombusz szögei?



$$\operatorname{tga} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

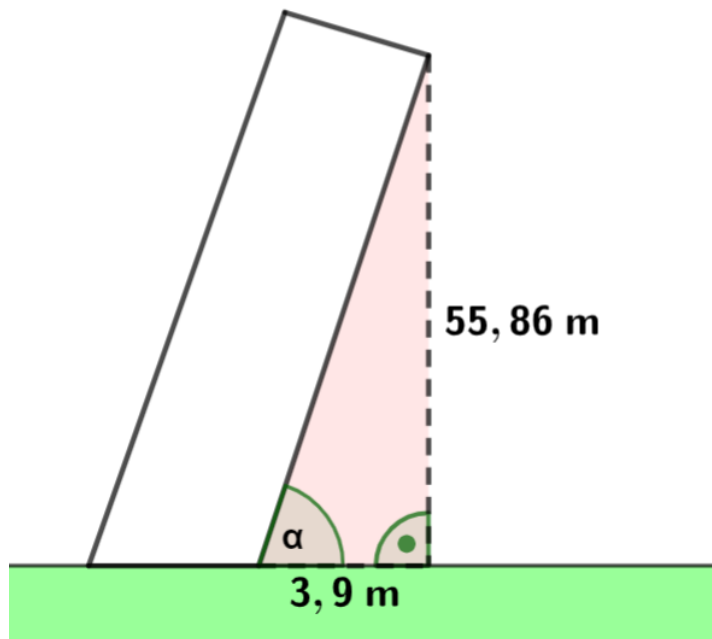


$$2\alpha = \boxed{60^\circ}$$

$$\beta = \frac{360^\circ - 2 \cdot 60^\circ}{2} = \boxed{120^\circ}$$

A rombusz szögei: 60° , illetve 120° .

A pisai ferde torony magassága az alacsonyabb oldalon 55,86 méter. A torony teteje 3,9 méterre mozdult el a függőlegestől. Hány fokos a torony dőlésszöge?



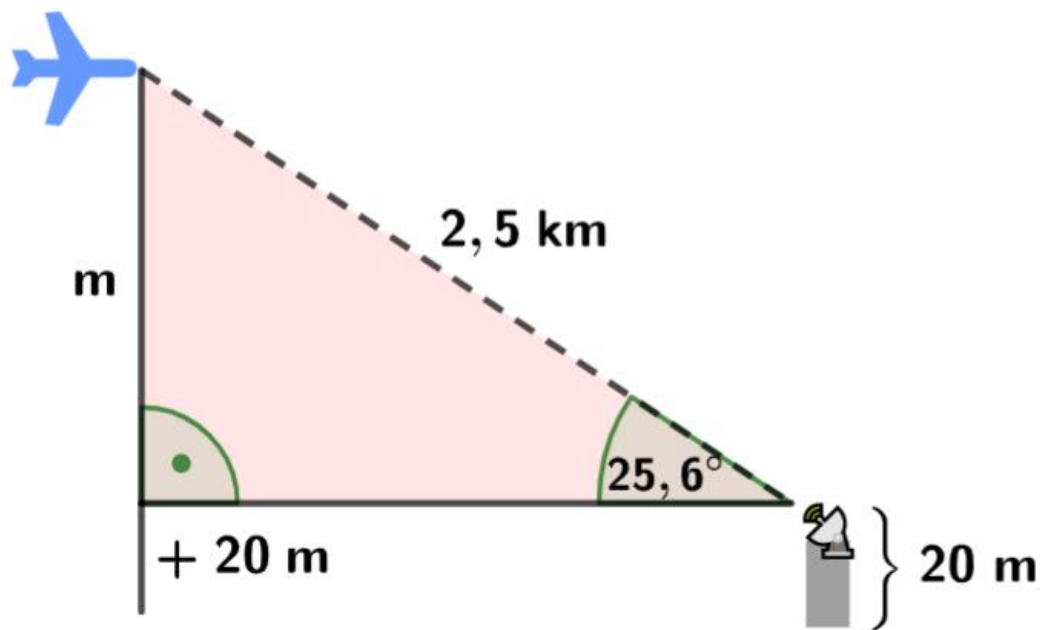
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{55,86}{3,9}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 14,3231$$

$$\alpha = 86^\circ$$

A torony dőlésszöge 86° .

Egy repülőgépet a 20 méter magas radar tetején lévő érzékelője $25^{\circ}36'$ -es emelkedési szögben látja. A repülőgép 2,5 km távolságra van légvonalba a radar tetejétől. Hány méter magasan van most a repülő?



$$25^{\circ}36' = 25,6^{\circ}$$

$$\sin 25,6^{\circ} = \frac{m}{2500}$$

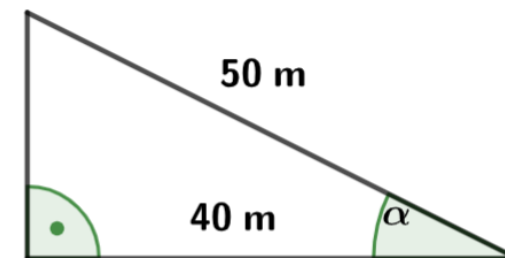
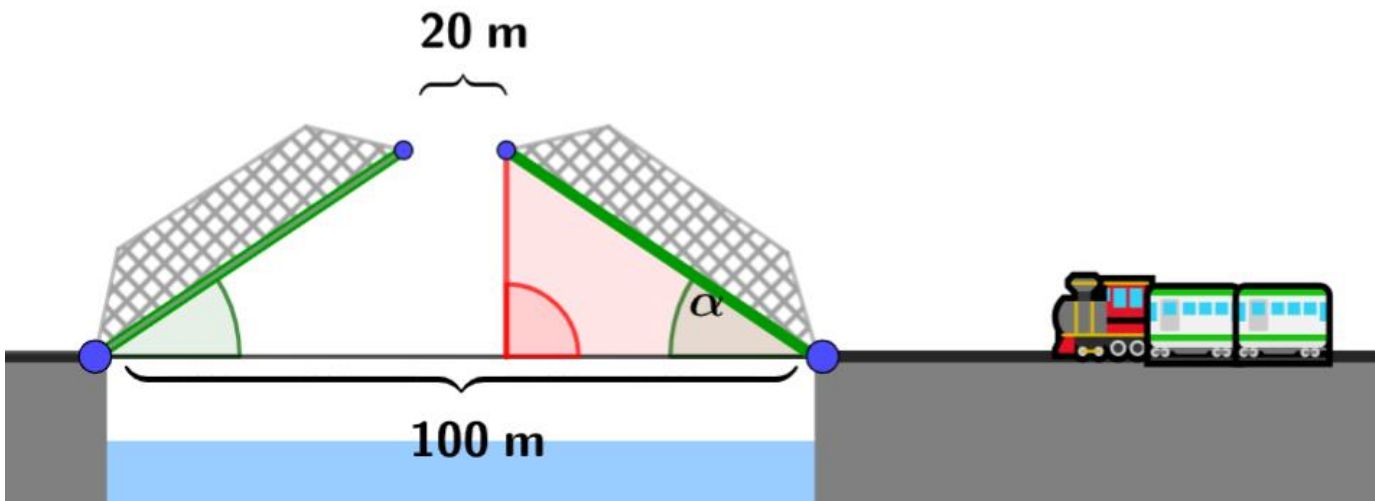
$$0,4321 = \frac{m}{2500}$$

$$m = 1080,21$$

$$1080,21 + 20 = 1100,21$$

1100,21 méter magasan van most a repülő.

Egy felnyitható híd hossza csukott állapotban 100 méter. Felnyitott állapotban a híd két részének végei 20 méter távolságra vannak egymástól. Mekkora a felnyitott híd emelkedési szöge?



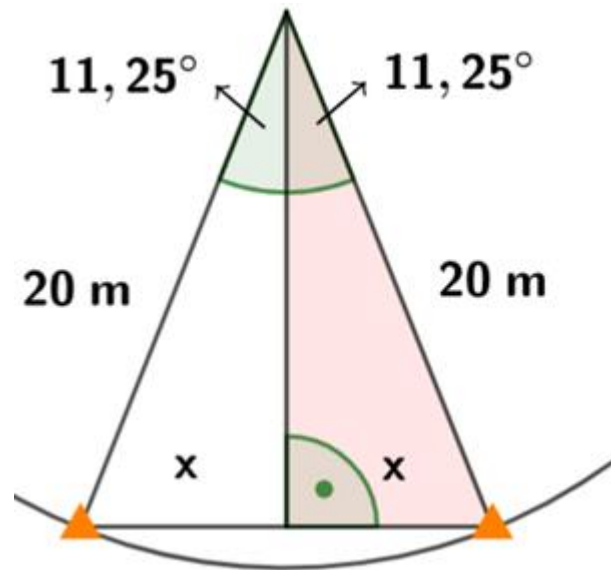
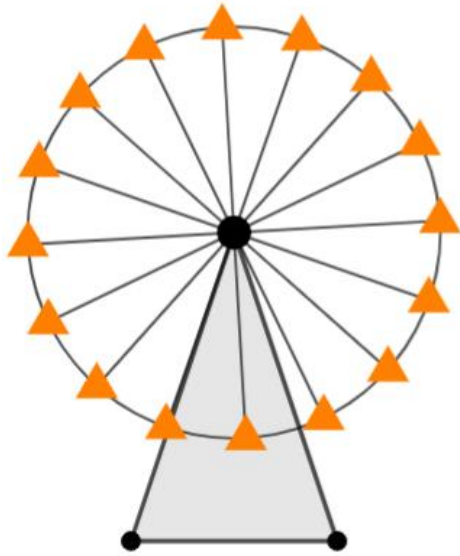
$$\cos \alpha = \frac{40}{50}$$

$$\cos \alpha = 0,8$$

$$\alpha = 36,87^\circ$$

A felnyitott híd emelkedési szöge $36,87^\circ$.

Egy óriáskeréken 16 db utazófülke van, melyek kör alakban helyezkednek el, mint egy Szabályos sokszög csúcsai. Az óriáskerék átmérője 40 méter. Milyen messze van két szomszédos fülke egymástól?



$$\sin 11,25^\circ = \frac{x}{20}$$

$$0,1951 = \frac{x}{20}$$

$$x = 3,9$$

$$2x = 3,9 \cdot 2 = \mathbf{7,8}$$

Két szomszédos fülke 7,8 méter messze van egymástól.