

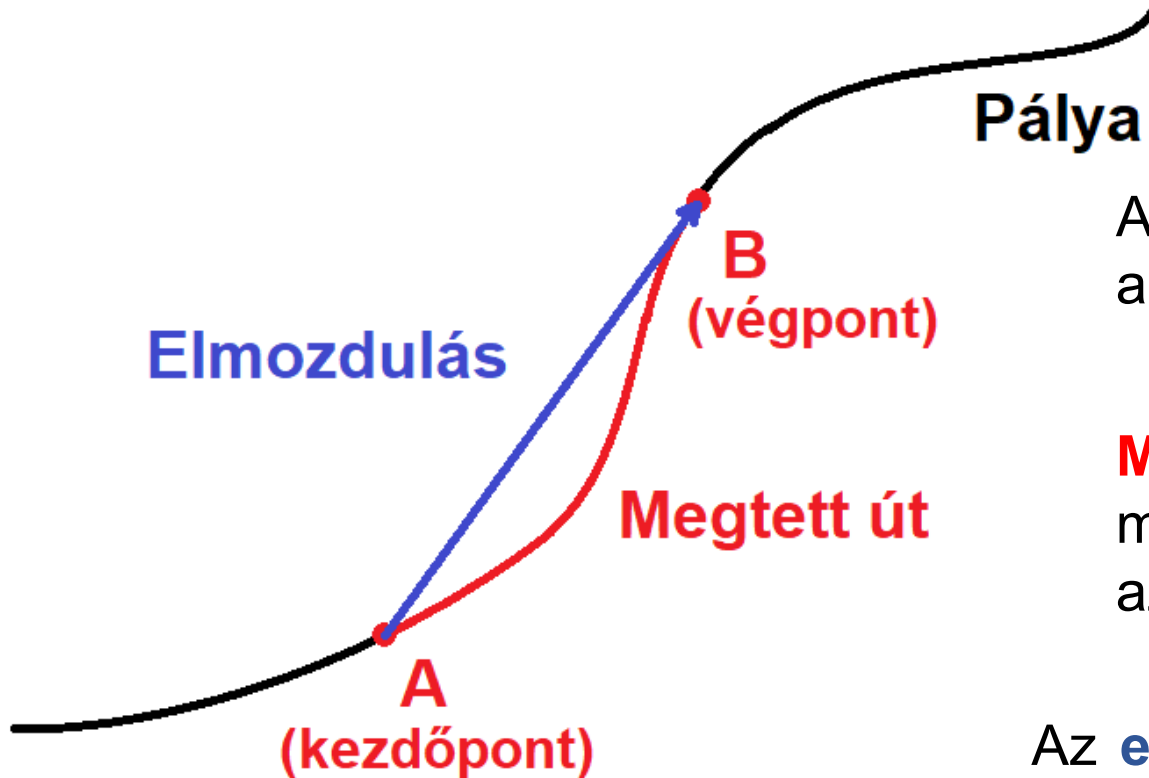


Debreceni Egyetem  
**Műszaki Kar**

Vámosi Attila

Középiskolai fizika felkészítő

Mozgás egyenes pályán



A mozgás **pályája** az a vonal, amelyet a test a mozgása folyamán befuthat.

**Megtett út**nek nevezzük azt a pálya mentén mért távolságot, amelyet a test az adott idő alatt ténylegesen befut.

Az **elmozdulás** a mozgás kezdőpontjából a végpontba mutató vektor.

A **megtett út** jele: **s**, (ami a latin spatium „útszakasz” szóból származik)

SI mértékegysége: **méter [m]**.

**Egyenes vonalú egyenletes mozgásnak** nevezzük a mozgást akkor, ha a mozgás pályája egyenes vonal, és a megtett út egyenesen arányos az út megtételéhez szükséges idővel.

A **megtett út** jelölése  $\Delta s$ , az út megtételéhez szükséges **idő**tartam jelölése  $\Delta t$ .

(A latin tempus szóból.)

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{állandó}$$

A megtett út és az út megtételéhez szükséges időtartam hányadosa a **sebesség**.

**Jele:**  $v$  (ami a latin velocitas „sebesség” szó kezdőbetűje)

SI mértékegysége:  $\frac{m}{s}$

A sebesség vektormennyiség,

iránya minden pillanatban megegyezik a test mozgásának irányával.

Feladat:

Egy autó Debrecenből Vámospércsre ment. Debrecen lakott területén 4 km hosszan 50 km/h sebességgel, Debrecen és Vámospércs között 15 km hosszan 90 km/h sebességgel, Vámospércs lakott területén 1 km hosszan ismét 50 km/h sebességgel haladt.

- a) Rajzoljuk fel a mozgás sebesség-idő diagramját!
- b) Hogyan változik az utazás ideje, ha Halápnál 2 km hosszan 40 km/h-ás sebességkorlátozás van érvényben? (Haláp Debrecentől 12 km-re található.)
- c) Mekkora átlagsebességgel haladt a jármű a fenti két esetben?

a) kérdés megoldása:

1. szakasz

Útszakasz hossza (megtett út):

$$s_1 = 4 \text{ [km]} = 4000 \text{ [m]}$$

Sebesség:

$$v_1 = 50 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{50}{3,6} = 13,89 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{4000}{13,89} = 288 \text{ [s]}$$

2. szakasz

Útszakasz hossza (megtett út):

$$s_2 = 15 \text{ [km]} = 15000 \text{ [m]}$$

Sebesség:

$$v_2 = 90 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{90}{3,6} = 25 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{15000}{25} = 600 \text{ [s]}$$

3. szakasz

Útszakasz hossza (megtett út):

$$s_3 = 1 \text{ [km]} = 1000 \text{ [m]}$$

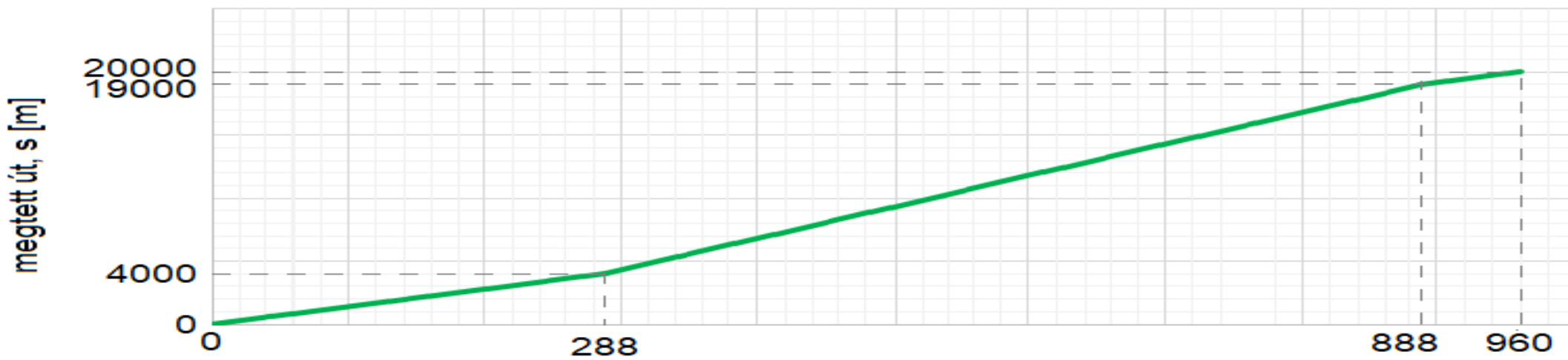
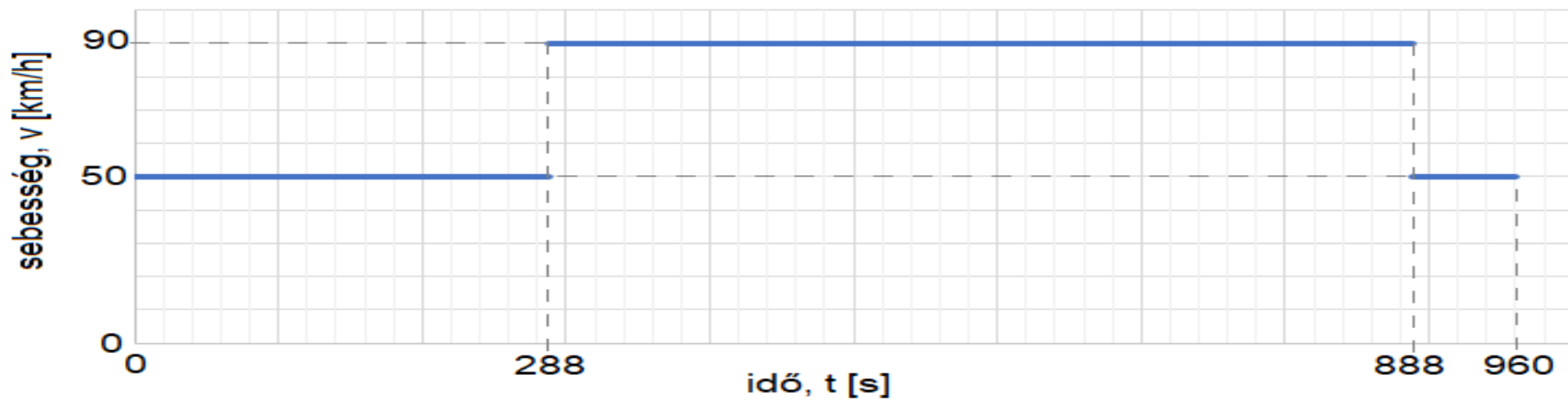
Sebesség:

$$v_3 = 50 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{50}{3,6} = 13,89 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{1000}{13,89} = 72 \text{ [s]}$$

Középiskolai fizika felkészítő – Mozgás egyenes pályán – Egyenes vonalú egyenletes mozgás



b) kérdés megoldása:

2/1. szakasz

Útszakasz hossza (megtett út):

$$s_{21} = 8 \text{ [km]} = 8000 \text{ [m]}$$

Sebesség:

$$v_{21} = 90 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{90}{3,6} = 25 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_{21} = \frac{s_{21}}{v_{21}} = \frac{8000}{25} = 320 \text{ [s]}$$

2/2. szakasz

Útszakasz hossza (megtett út):

$$s_{22} = 2 \text{ [km]} = 2000 \text{ [m]}$$

Sebesség:

$$v_{22} = 40 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{40}{3,6} = 11,11 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_{22} = \frac{s_{22}}{v_{22}} = \frac{2000}{11,11} = 180 \text{ [s]}$$

2/3. szakasz

Útszakasz hossza (megtett út):

$$s_{23} = 5 \text{ [km]} = 5000 \text{ [m]}$$

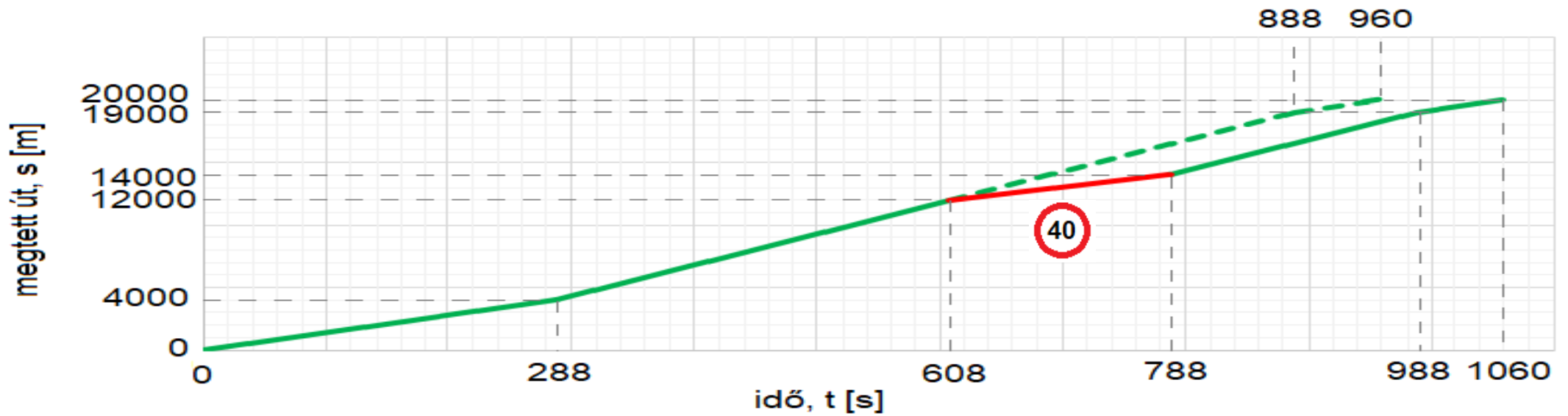
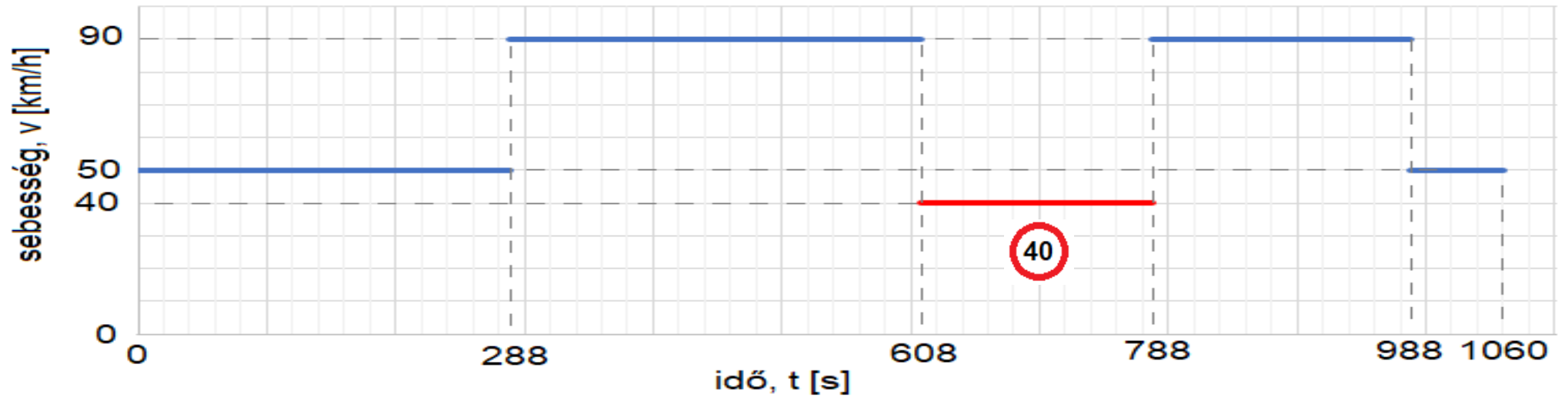
Sebesség:

$$v_{23} = 90 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{90}{3,6} = 25 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_{23} = \frac{s_{23}}{v_{23}} = \frac{5000}{25} = 200 \text{ [s]}$$

Középiskolai fizika felkészítő – Mozgás egyenes pályán – Egyenes vonalú egyenletes mozgás





Az **átlagsebesség** a mozgás során megtett összes út és a közben eltelt idő hányadosa. Jele:  $\bar{v}$

$$\bar{v} = \frac{\text{összes megtett út}}{\text{összes eltelt idő}}$$

Az átlagsebesség mértékegysége:  $\frac{m}{s}$

Az átlagsebességen tehát azt a sebességet értjük, amellyel a test egyenletesen mozogva ugyanazt az utat ugyanannyi idő alatt tenné meg, mint változó mozgással.

c) kérdés megoldása:

1. eset

Útszakasz hossza (megtett út):

$$s_1 = 20 \text{ [km]} = 20000 \text{ [m]}$$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_1 = 960 \text{ [s]}$$

Átlagsebesség:

$$\bar{v}_1 = \frac{20000}{960} = 20,8\dot{3} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \mathbf{75 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]}$$

2. eset

Útszakasz hossza (megtett út):

$$s_2 = 20 \text{ [km]} = 20000 \text{ [m]}$$

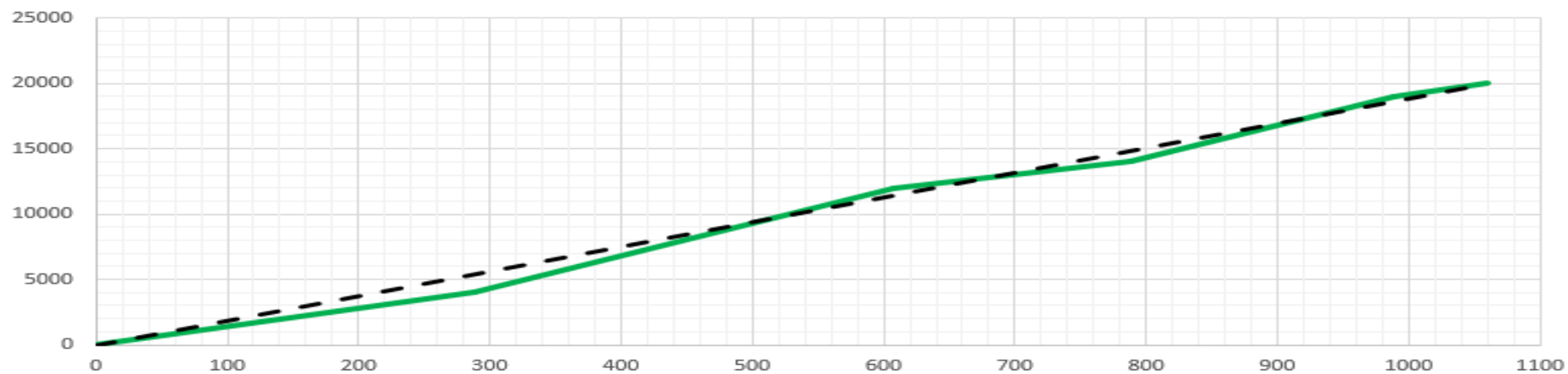
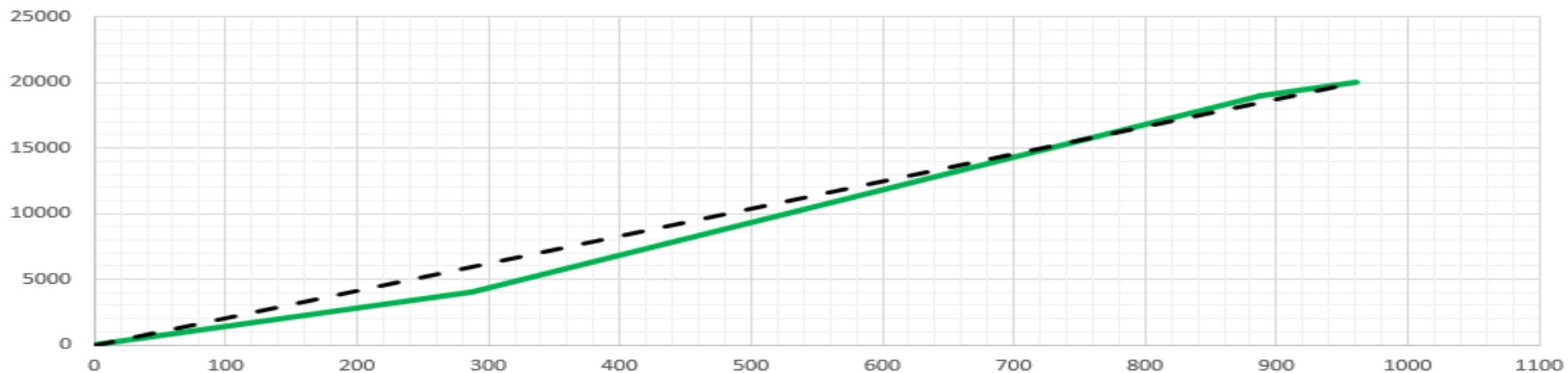
A szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_2 = 1060 \text{ [s]}$$

Átlagsebesség:

$$\bar{v}_2 = \frac{20000}{1060} = 18,87 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \mathbf{67,92 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]}$$

# Középiskolai fizika felkészítő – Mozgás egyenes pályán – Egyenes vonalú egyenletes mozgás



**Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás**nak nevezzük a mozgást akkor, ha a mozgás pályája egyenes vonal, és a mozgás folyamán a test sebessége egyenlő időtartamok alatt egyenlő mértékben változik.

Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásnál a pillanatnyi sebesség egyenesen arányos a mozgás során eltelt idővel.

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{állandó}$$

A sebesség megváltozásának és a közben eltelt időtartamnak a hányadosát **gyorsulás**nak nevezzük. Jele:  $a$  (ami a latin acceleratio „gyorsulás” szó kezdőbetűje)

SI mértékegysége:  $\frac{m}{s^2}$

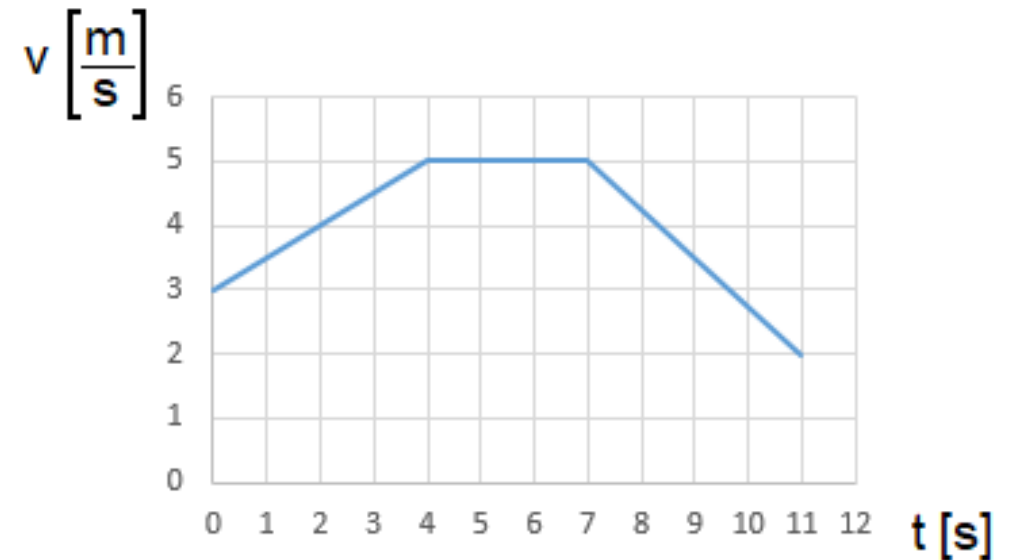
Az egyenletesen változó mozgások esetében a megtett út arányos az eltelt idő négyzetével.

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Ezt az összefüggést **négyzetes úttörvény**nek szokás nevezni.

Feladat:

Egy test sebessége a grafikonon látható módon változik:



Határozzuk meg és ábrázoljuk a mozgás folyamán

- a) a gyorsulást
  - b) a test helyét
- az idő függvényében!

a) kérdés megoldása:

1. szakasz : A sebesség növekszik → gyorsuló mozgás

Sebességváltozás:  $\Delta v_1 = v_{végső} - v_{kezdő} = 5 - 3 = 2 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:  $\Delta t_1 = t_{végső} - t_{kezdő} = 4 - 0 = 4 \text{ [s]}$

Gyorsulás:  $a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{2}{4} = \mathbf{0,5} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

2. szakasz : A sebesség nem változik → állandó sebességű mozgás

Sebességváltozás:  $\Delta v_2 = v_{végső} - v_{kezdő} = 5 - 5 = 0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:  $\Delta t_2 = t_{végső} - t_{kezdő} = 7 - 4 = 3 \text{ [s]}$

Gyorsulás:  $a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{0}{3} = \mathbf{0} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

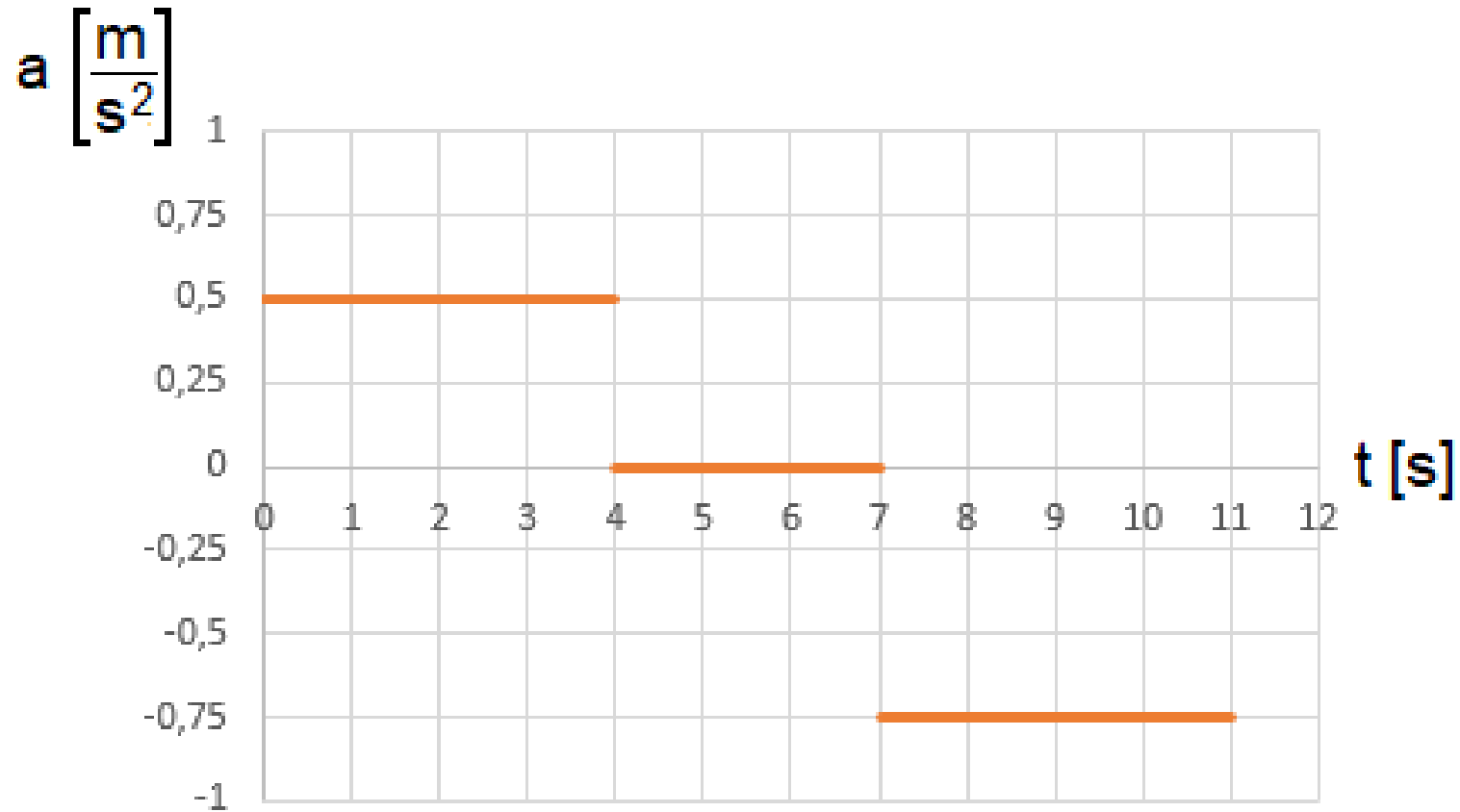
3. szakasz : A sebesség csökken → lassuló mozgás

Sebességváltozás:  $\Delta v_3 = v_{végső} - v_{kezdő} = 2 - 5 = -3 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:  $\Delta t_3 = t_{végső} - t_{kezdő} = 11 - 7 = 4 \text{ [s]}$

Gyorsulás:  $a_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3} = \frac{-3}{4} = \mathbf{-0,75} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

Gyorsulás – idő diagram:



b) kérdés megoldása:

1. szakasz : gyorsulás =  $0,5 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ , kezdősebesség =  $3 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:  $t_1 = 4 \text{ [s]}$

Megtett út:  $s_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{a_1}{2} \cdot t_1^2 = 3 \cdot 4 + \frac{0,5}{2} \cdot 4^2 = \mathbf{16 \text{ [m]}}$

2. szakasz : gyorsulás =  $0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ , kezdősebesség =  $5 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:  $t_2 = 3 \text{ [s]}$

Megtett út:  $s_2 = v_2 \cdot t_2 = 5 \cdot 3 = \mathbf{15 \text{ [m]}}$

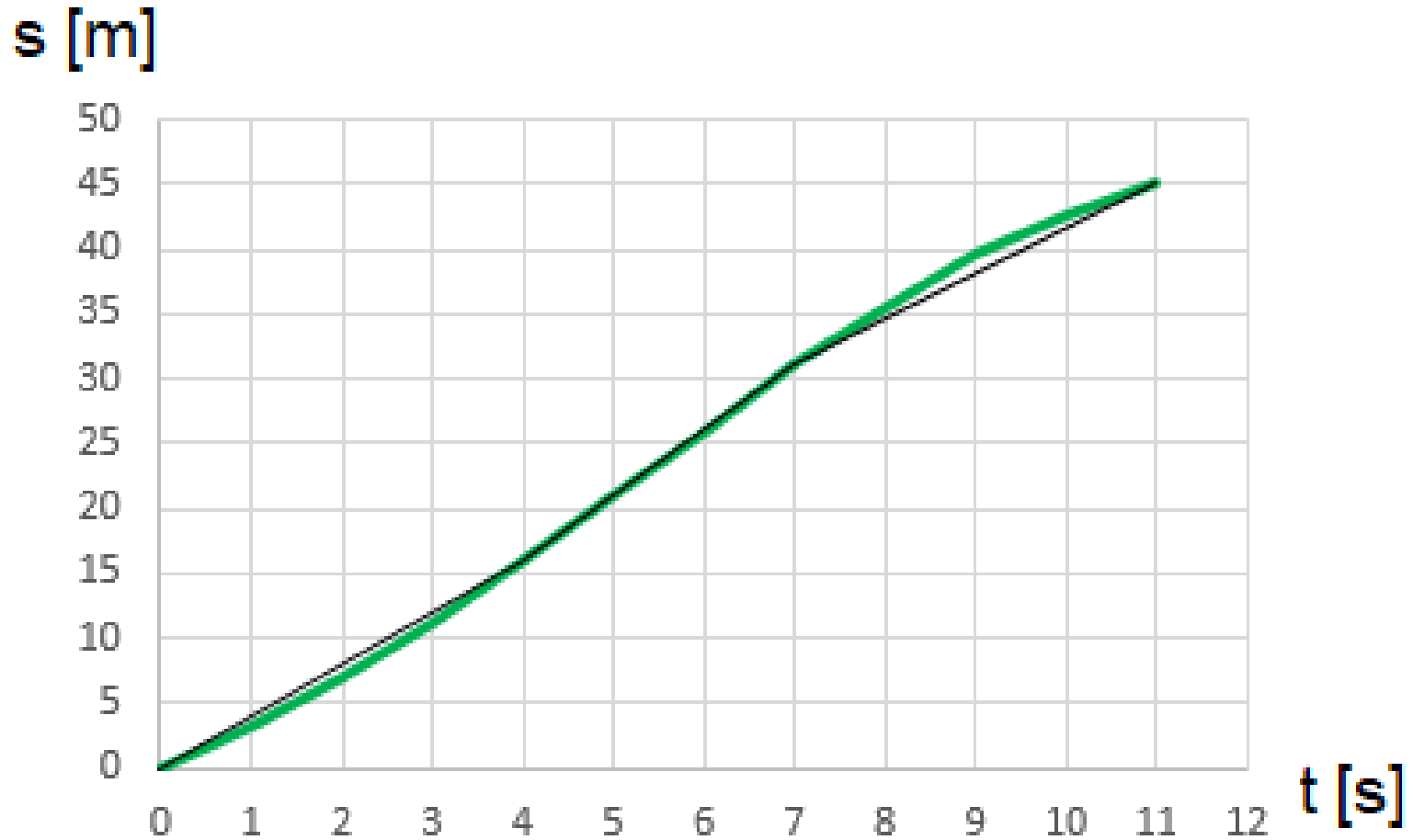
3. szakasz : gyorsulás =  $-0,75 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ , kezdősebesség =  $5 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

A szakasz megtételéhez szükséges idő:  $t_3 = 4 \text{ [s]}$

Megtett út:  $s_3 = v_3 \cdot t_3 + \frac{a_3}{2} \cdot t_3^2 = 5 \cdot 4 + \frac{-0,75}{2} \cdot 4^2 = \mathbf{14 \text{ [m]}}$



Megtett út – idő diagram:



Összetett feladat:

50 km/h egyenletes sebességgel haladó busz elmegy az út szélén álló autó mellett.

Az autó sofőrje meglátja egy ismerőst a buszon, és  $0,5 \text{ m/s}^2$  gyorsulással elindul a busz után.

Kérdések:

- a) Mennyi idő múlva éri utól az autó a buszt?
- b) Mennyi utat tesznek meg ezalatt?
- c) Ábrázoljuk mindkét jármű megtett útját közös út – idő diagramban!
- d) Mekkora a sebessége az autónak az utólérés pillanatában?

a) kérdés megoldása:

Mikor éri utól az autó a buszt?

Abban az időpillanatban, amikor újra egymás mellett lesznek,  
azaz az általuk megtett út megegyezik  $\rightarrow s_{busz} = s_{autó}$

Milyen mozgást végez a busz?

Egyenletes mozgást  $\rightarrow a_{busz} = 0 \left[ \frac{m}{s^2} \right], v_{busz} = 50 \left[ \frac{km}{h} \right] = 13,89 \left[ \frac{m}{s} \right]$  állandó

A busz által megtett út:  $s_{busz} = v_{busz} \cdot t$

Milyen mozgást végez az autó?

Egyenletesen változó mozgást  $\rightarrow a_{autó} = 0,5 \left[ \frac{m}{s^2} \right], v_{0autó} = 0 \left[ \frac{m}{s} \right]$  (álló helyezettből indul)

Az autó által megtett út:

$$s_{autó} = v_{0autó} \cdot t + \frac{a_{autó}}{2} \cdot t^2$$

a) kérdés megoldása:

$$s_{busz} = s_{autó}$$

$$v_{busz} \cdot t = v_{0autó} \cdot t + \frac{a_{autó}}{2} \cdot t^2$$

$$13,89 \cdot t = 0 \cdot t + \frac{0,5}{2} \cdot t^2$$

$$0 = 0,25t^2 - 13,89 \cdot t$$

$$0 = t \cdot (0,25t - 13,89)$$

$$t_1 = 0 \text{ [s]} \quad (\text{ezt tudjuk, nem ezt keressük})$$

$$0 = 0,25t_2 - 13,89$$

$$t_2 = \frac{13,89}{0,25} = \mathbf{55,56 \text{ [s]}}$$

Tehát **55,56 [s]**-mal az indulása után fogja utólérni az autó a buszt.

b) kérdés megoldása:

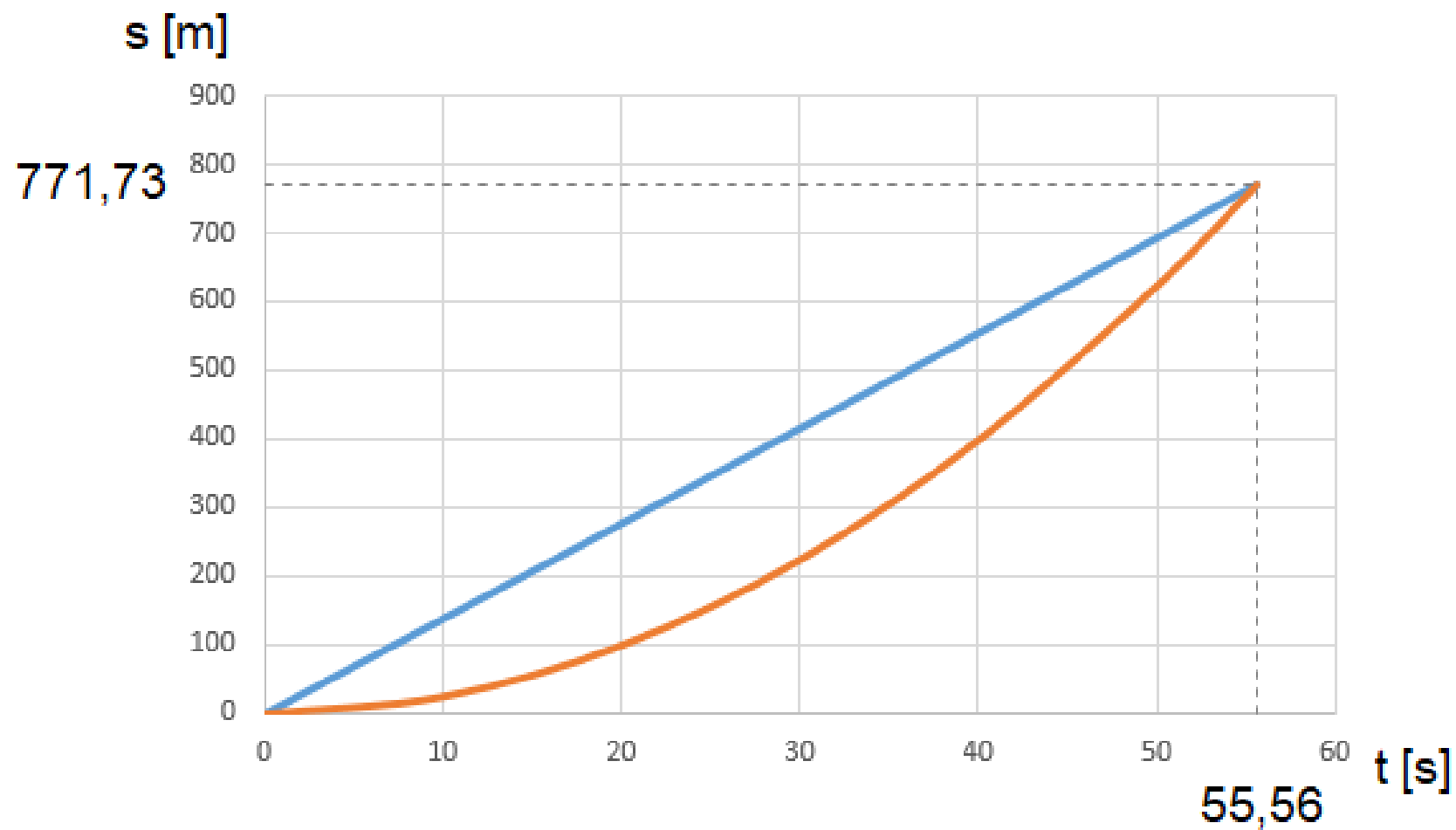
Mennyi utat tesznek meg ez alatt?

Mivel az utólérés pillanatában  $s_{busz} = s_{autó} \rightarrow$  bármelyik képletbe behelyettesíthetünk:

$$s_{busz} = v_{busz} \cdot t = 13,89 \cdot 55,56 = \mathbf{771,73 \text{ [m]}}$$

$$s_{autó} = v_{0autó} \cdot t + \frac{a_{autó}}{2} \cdot t^2 = 0 \cdot 55,56 + \frac{0,5}{2} \cdot 55,56^2 = \mathbf{771,73 \text{ [m]}}$$

c) kérdés megoldása:



d) kérdés megoldása:

Mekkora a sebessége az autónak az utólérés pillanatában?

$$v_{0autó} = 0 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$a_{autó} = 0,5 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

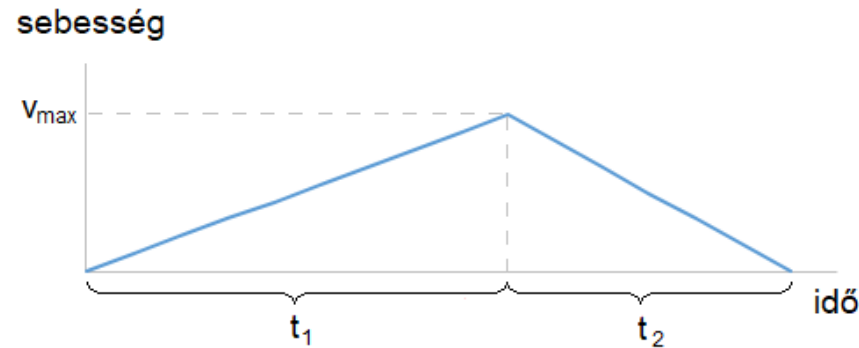
$$t_{autó} = 55,56 [s]$$

$$v_{autó} = v_{0autó} + a_{autó} \cdot t = 0 + 0,5 \cdot 55,56 = 27,78 \left[ \frac{m}{s} \right] = 100 \left[ \frac{km}{h} \right]$$

Feladat:

Versenyautónk  $8 \text{ [m/s}^2\text{]}$  gyorsulásra és  $12 \text{ [m/s}^2\text{]}$  lassulásra képes.

Egy  $540 \text{ [m]}$  hosszú egyenes pályán hajtunk végig, állóhelyzetből indulva gyorsítunk, majd fékezünk és a pálya végén a járművel megállunk.



Kérdések:

- Mennyi idő alatt érjük el a maximális sebességet?
- Mennyi lesz a legnagyobb sebesség?
- Milyen távol lesz a jármű az indulástól a maximális sebesség elérésének pillanatában?



a) kérdés megoldása:

A menetet két szakaszra osztjuk: gyorsítás és fékezés.

$$v_{max} = a_{gyorsítás} \cdot t_1$$

$$0 = v_{max} - a_{fékezés} \cdot t_2 \rightarrow v_{max} = a_{fékezés} \cdot t_2$$

vagyis

$$a_{gyorsítás} \cdot t_1 = a_{fékezés} \cdot t_2$$

A két idő arányos:

$$\frac{a_{gyorsítás}}{a_{fékezés}} = \frac{t_2}{t_1}$$

Ebből:

$$t_2 = \frac{a_{gyorsítás}}{a_{fékezés}} \cdot t_1 = \frac{2}{3} \cdot t_1$$

a) kérdés megoldása:

Ismerjük még a pálya hosszát (540 [m]), írjuk fel a megtett utakat:

$$s_1 = \frac{a_{gyorsítás}}{2} \cdot t_1^2$$

$$s_{max} = s_1 + v_{max} \cdot t_2 - \frac{a_{fékezés}}{2} \cdot t_2^2$$

Helyettesítsük be a második egyenletbe:

$$s_{max} = \frac{a_{gyorsítás}}{2} \cdot t_1^2 + (a_{gyorsítás} \cdot t_1) \cdot \frac{2}{3} t_1 - \frac{a_{fékezés}}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} t_1\right)^2$$

$$540 = \frac{8}{2} \cdot t_1^2 + 8 \cdot \frac{2}{3} \cdot t_1^2 - \frac{12}{2} \cdot \frac{4}{9} \cdot t_1^2 = \frac{20}{3} \cdot t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{540 \cdot 3}{20}} = \sqrt{81} = 9 \text{ [s]}$$

Tehát **9 [s]** alatt érjük el a maximális sebességet.

b) kérdés megoldása:

A maximális sebességet a  $v_{max} = a_{gyorsítás} \cdot t_1$  képletből kapjuk:

$$v_{max} = a_{gyorsítás} \cdot t_1 = 8 \cdot 9 = 72 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 259,2 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

Ellenőrzés képpen kiszámolhatjuk a fékezéshez szükséges időt és abból a maximális sebességet:

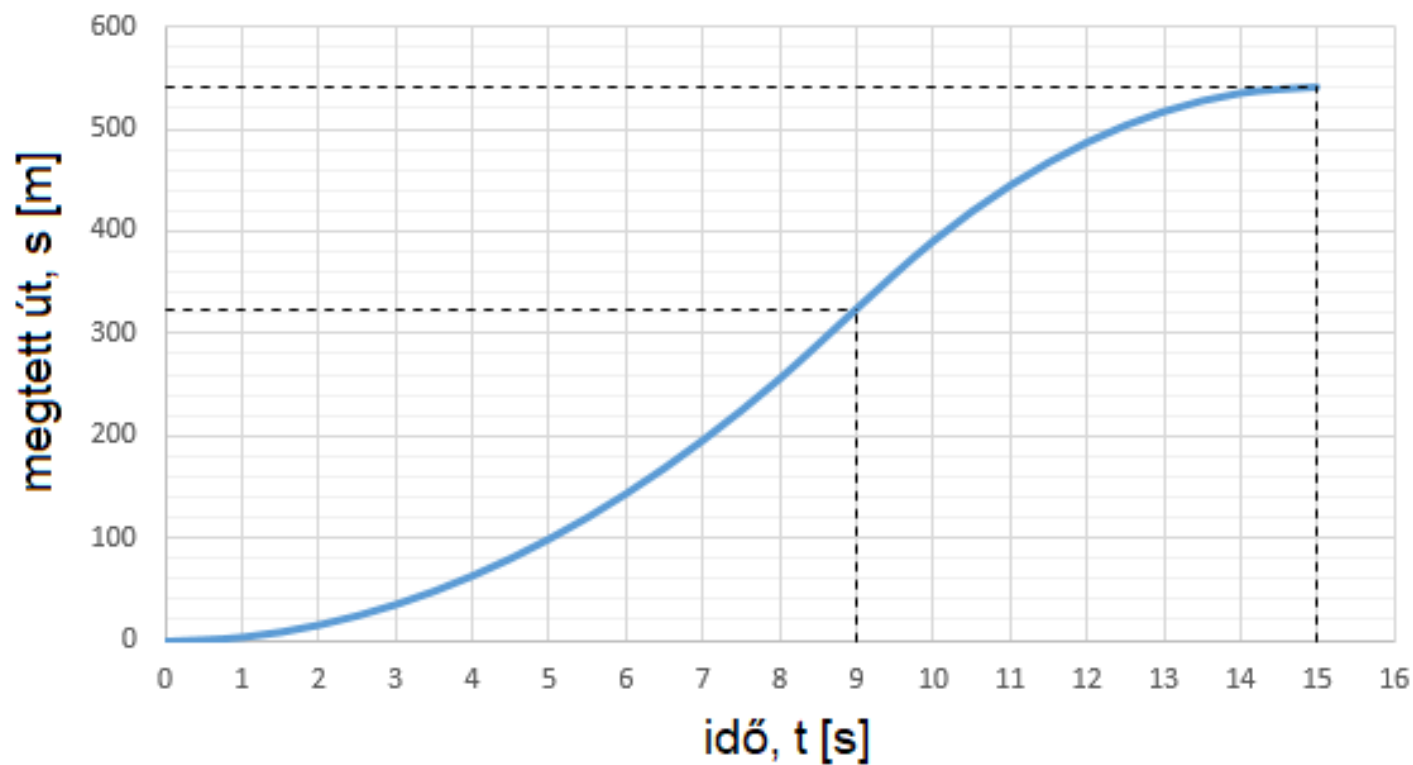
$$t_2 = \frac{2}{3} \cdot t_1 = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6 \text{ [s]}$$

$$v_{max} = a_{fékezés} \cdot t_2 = 12 \cdot 6 = 72 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

c) kérdés megoldása:

Írjuk fel a gyorsítás alatt megtett utat:

$$s_1 = \frac{a_{\text{gyorsítás}}}{2} \cdot t_1^2 = \frac{8}{2} \cdot 9^2 = 324 \text{ [m]}$$



Feladat:

Egy autós felvonulás  $45 \text{ [km/h]}$  állandó sebességgel halad az úton. A motoros rendőr állandó sebességgel haladva  $50$  másodperc alatt előzi meg őket, szemből ugyanekkora sebességgel haladva  $15$  másodperc alatt megy el mellettük.

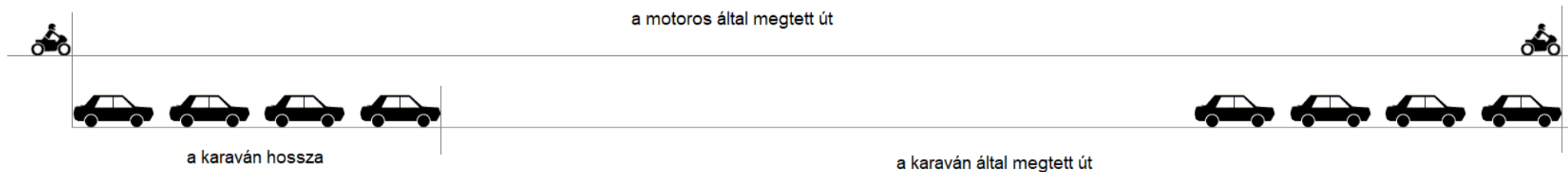
Kérdések:

- a) Milyen hosszú a karaván?
- b) Mekkora sebességgel haladt a motoros?

## Középiskolai fizika felkészítő – Mozgás egyenes pályán

### a) kérdés megoldása:

Az előzés ideje alatt a motoros által megtett út a karaván hossza és a karaván által megtett út összege.



$$S_{motoros} = l_{karaván} + S_{karaván}$$

$$S_{motoros} = v_{motoros} \cdot t_1$$

$$S_{karaván} = v_{karaván} \cdot t_1$$

$$v_{motoros} \cdot t_1 = l_{karaván} + v_{karaván} \cdot t_1$$

a) kérdés megoldása:

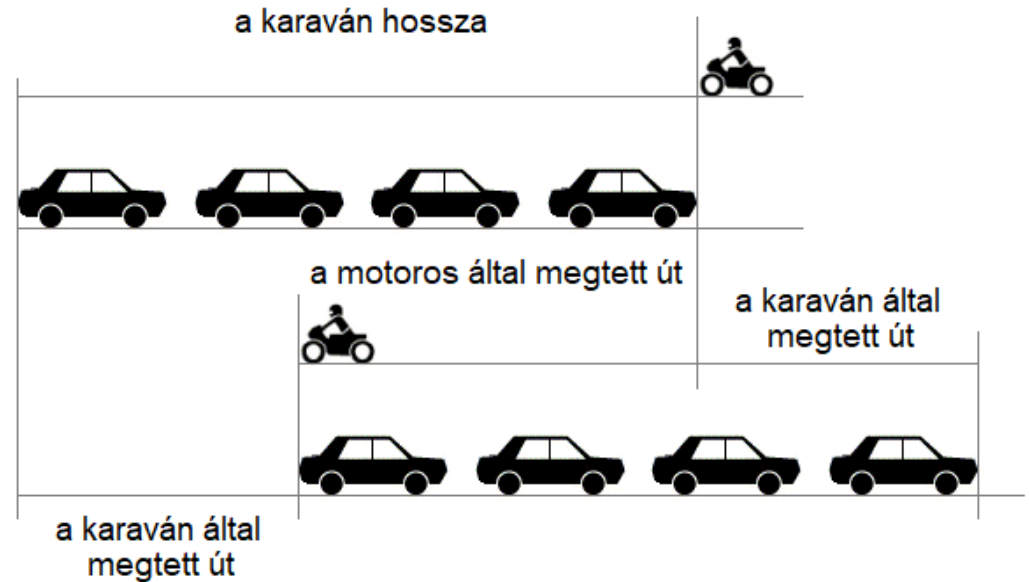
A szemben közlekedés alatt a motoros és a karaván által megtett út összege éppen a karaván hosszával egyenlő.

$$l_{\text{karaván}} = s_{\text{motoros}} + s_{\text{karaván}}$$

$$s_{\text{motoros}} = v_{\text{motoros}} \cdot t_2$$

$$s_{\text{karaván}} = v_{\text{karaván}} \cdot t_2$$

$$l_{\text{karaván}} = v_{\text{motoros}} \cdot t_2 + v_{\text{karaván}} \cdot t_2$$



a) kérdés megoldása:

A két egyenletet egymásba írva kifejezhetjük a karaván hosszát:

$$v_{motoros} \cdot t_1 = l_{karaván} + v_{karaván} \cdot t_1$$

$$l_{karaván} = v_{motoros} \cdot t_2 + v_{karaván} \cdot t_2$$

$$v_{motoros} \cdot t_1 = v_{motoros} \cdot t_2 + v_{karaván} \cdot t_2 + v_{karaván} \cdot t_1$$

$$v_{motoros} \cdot 50 = v_{motoros} \cdot 15 + 12,5 \cdot 15 + 12,5 \cdot 50$$

$$v_{motoros} = \frac{812,5}{35} = \mathbf{23,21 \left[ \frac{m}{s} \right]} = 83,57 \left[ \frac{km}{h} \right]$$

$$v_{karaván} = 45 \left[ \frac{km}{h} \right] = 12,5 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$t_1 = 50 \text{ [s]}$$

$$t_2 = 15 \text{ [s]}$$



b) kérdés megoldása:

A karaván hossza mindkét egyenletből kifejezhető:

$$v_{motoros} \cdot t_1 = l_{karaván} + v_{karaván} \cdot t_1$$

$$l_{karaván} = v_{motoros} \cdot t_1 - v_{karaván} \cdot t_1 = 23,214 \cdot 50 - 12,5 \cdot 50 = 535,7 \text{ [m]}$$

$$l_{karaván} = v_{motoros} \cdot t_2 + v_{karaván} \cdot t_2 = 23,214 \cdot 15 + 12,5 \cdot 15 = 535,7 \text{ [m]}$$

Tehát a karaván hossza **535,7 [m]**.

**Köszönöm a figyelmet!**